**СЛАЙД 1**

Здравствуйте

Моя работа посвящена разработке нелокальной математической модели распространения вирусной инфекции с учетом случайного перемещения индивидов

**СЛАЙД 2**

В данной работе будет предложена гетерогенная модель передачи инфекции и на ее основе построена нелокальная модель диффузии с инфицированием. Также построен и протестирован численный алгоритм для решения предложенной модели

**СЛАЙД 3**

В настоящее время в научной литературе существенно вырос интерес к моделированию эпидемий инфекционных заболеваний. Это связано с появлением новых вирусных инфекций, и возрождением «старых» таких как чума, сибирская язва, лихорадка эбола, которые заканчиваются летальным исходом

**СЛАЙД 4**

На этом слайде представлены данные с официального сайта всемирной организации здравоохранения, свидетельствующие о периодических вспышках заболеваний

**СЛАЙД 5**

Теоретические основы этого направления были заложены почти сто лет назад. Классический подход применим только для очень больших популяций: например, для целых стран или регионов. Также в нем не учитываются медико-биологические особенности индивида и его случайное перемещение в пространстве. Еще одним недостатком классической модели является бесконечный радиус инфицирования т.е. особи, находящиеся в разных концах коридора, передают друг другу инфекцию с той же интенсивностью, что и особи, которые сидят рядом.

В реальности существенный представляет распространение инфекционных заболеваний в сравнительно небольших популяциях, например, в общественном транспорте или школе.

Целью данной работы является разработка принципиально нового подхода моделирования инфекционных заболеваний, который позволяет учесть все озвученные недостатки классической модели

**СЛАЙД 6**

Далее будет предложена гетерогенная модель передачи инфекции, которая позволяет учесть расстояние между индивидами и их индивидуальные особенности

**СЛАЙД 7**

В этой модели мы описываем вероятность нахождения каждого индивида в одном из трех состояний классической модели – восприимчивом, инфицированном, восстановившемся или тяжелобольном

Первое уравнение описывает уменьшение вероятности состояния индивида «альфа» находиться в восприимчивом состоянии в результате его контакта с инфицированными индивидами «бета»

Второе уравнение описывает динамику изменения вероятности нахождения индивида альфа в инфицированном состоянии. С одной стороны, эта вероятность может увеличивается за счет контакта с инфицированными индивидами, а с другой уменьшаться вследствие конечности времени жизни вируса

Третье уравнение описывает вероятность перехода индивида альфа в стадию тяжелого заболевания

Причем для суммы вероятностей в любой момент времени выполняется условие нормировки

Здесь  – некоторая постоянная, зависящая от типа вируса

 – координаты расположения индивидов

 – характерное расстояние инфицирования, зависящее от особенностей проживания и общения индивидов

Стоит отметить, что учет других состояний индивида не является принципиальным затруднением

**СЛАЙД 8**

Считая индивидов неподвижными выделим две локальные области в каждой из которых находятся восприимчивые и инфицированные с вероятностью единица.

Из динамики изменения средних значений виден волновой характер распространения инфекции в популяции. Первоначальное снижение среднего значения инфицированных обусловлено быстрым вырождением вируса внутри изначально инфицированных индивидов. Но несмотря на это они все же успевают передать инфекцию ближайшим восприимчивым особям, которые впоследствии заражаются и начинают распространять вирус внутрь основной массы восприимчивых. Вследствие этого и образуется вторая волна эпидемии.

Ниже проиллюстрирована динамика изменения вероятностей внутри выделенных индивидов альфа и бетта. Наименее пострадавшим будет индивид альфа, который близок к границе между восприимчивыми и инфицированными. А состояние индивида бетта, находящегося среди первоначально восприимчивых переходит тяжелую форму заболевания

**СЛАЙД 9**

Далее иллюстрируется качественное отличие между классической и гетерогенной моделями.

В начале проведен расчет по классической модели при первоначально одном инфицированном индивиде. Видно, что в расчете по классической модели при данных биологических параметрах вся популяция переходит в тяжелую форму заболевания.

Затем при следующем распределении индивидов по плоскости и тех же параметрах, увеличив начальное кол-во зараженных до 10-ти индивидов, проведен расчет по гетерогенной модели. Из графика средних значений видно, что существенно меньшая часть популяции переходит в тяжелую форму заболевания.

Далее рассмотрены состояния выделенных индивидов.

Минимальная вероятность заболевания у индивида , расположенного на периферии популяции. Максимальная вероятность заражения после прошествии некоторого времени индукции у индивида , расположенного в центре вблизи группы инфицированных, которые приводят к интенсивному поражению первоначально восприимчивых окружающих индивидов

**СЛАЙД 10**

Далее, на основе современных методов теории случайных процессов будет построена модель, учитывающая случайные блуждания индивидов

**СЛАЙД 11**

Считаем, что каждый индивид случайным образом перемещается в пространстве, пренебрегая коллективными эффектами, связанными со столкновениями индивидов между собой.

Согласно подходу Колмогорова вводим индикаторные функции, представляющие вероятность индивиду , находящемуся в точке пространства  находиться в определенном биологическом состоянии

**СЛАЙД 12**

Для вывода уравнения для индикаторной функции, вычисляем произвольную по времени, и используем уравнения движения и изменения биологического состояния индивида.

После осреднения по ансамблю случайных перемещений получаем следующее уравнение для ФПВ, в которое входит корреляция случайной скорости индивида с его биологическим состоянием.

После раскрытия корреляции записываем замкнутое уравнение для плотности вероятности восприимчивых особей.

Для других состояний индивида данные соотношения получаются аналогично

**СЛАЙД 13**

Затем, если просуммировать получившие уравнения по всей популяции, то получим следующие уравнения диффузии для средней доли восприимчивых, инфицированных и тяжелобольных.

Считаем, что коэффициент диффузии зависит от локальной доли тяжелобольных и задаем его следующим образом.

С точки зрения развития эпидемии это означает, что чем больше тяжелобольных в данной области, тем быстрее индивиды пытаются ее покинуть

**СЛАЙД 14**

Далее будет построен численный алгоритм для решения нелинейной системы уравнений диффузии

**СЛАЙД 15**

Запишем уравнения системы в векторном виде, решаем начально-краевую задачу в прямоугольной области. Численное решение исходной задачи обозначим следующим образом

**СЛАЙД 16**

Введем следующие разностные операторы, аппроксимирующие диффузионное слагаемое со вторым порядком

**СЛАЙД 17**

Введем промежуточный временной слой. При этом переход со слоя t\_k на слой t\_(k+1) осуществляется в два этапа. На первом этапе схема является нелинейной и применяется следующий итерационный метод. Данный итерационный алгоритм образует неявную схему по и явную по , следовательно, значения  на новой итерации находятся из системы методом прогонки по направлению . На втором этапе схема является линейной — неявной по направлению  и явной по направлению , поэтому значение на следующем временном слое легко находятся одномерной прогонкой по 

**СЛАЙД 18**

Найдем порядок аппроксимации данной схемы. Для этого вычтем уравнения двух последовательных шагов друг из друга.

Тогда для их суммы получим следующее выражения, из которого видно, что данная схема отличается от симметричной слагаемым порядка О(тао^2). Следовательно, на решениях исходной задачи, имеющей необходимые непрерывные производные, гладкую правую часть и коэфф диффузии невязка разностной схемы убывает с квадратичной скоростью.

**СЛАЙД 19**

Далее для того чтобы подтвердить сходимость метода к точному решению будет рассмотрена вспомогательная задача, которая имеет аналитическое решение

**СЛАЙД 20**

Рассмотрим уравнение для концентрации с источником. Для того, чтобы избавиться от нелинейности введем замену и получим уравнение для новой функции с теми же начально-краевыми условиями как у исходной задачи. Проведя разделения переменных, решая задачу Штурма-Лиувилля находим решение в следующем виде. Рост концентрации возможен в случае, если мощность источника больше критического значения

**СЛАЙД 21**

Возьмем начальное распределение в следующем виде. Тогда точное решение задачи примет вид. Выберем мощность источника выше критического значения. На этом видео представлено численное решение задачи. Из приведенной таблицы видно, что несмотря на рост решения оно сходится к точному со вторым порядком

**СЛАЙД 22**

Рассмотрим еще один пример с граничными условиями второго рода. Видео численного решения. Из таблицы видно, что решение также сходится со вторым порядком

**СЛАЙД 23**

Далее будут рассмотрены результаты расчетов по нелокальной модели с учетом случайного перемещения индивидов

**СЛАЙД 24**

Зададим начальное распределение восприимчивых и инфицированных индивидов в соответствии с равномерным законом

Из приведенных видео видно, что при заданных параметрах эпидемия распространяется в виде волны бегущей от очага инфекции. Это связано с ростом скорости эвакуации особей из зоны с большим количеством тяжелобольных индивидов. График среднего значения подтверждает волновой механизм распространения инфекции

**СЛАЙД 25**

Теперь зададим начальные распределения плотностей вероятности в соответствии с нормальным законом. Из приведенных изображений и графика среднего значения видно, что восприимчивые успевают убежать из зоны инфицирования в следствии чего большая часть популяции выживает

**СЛАЙД 26**

Таким образом

в работе предложена принципиально новая модель развития эпидемии инфекционных заболеваний, которая учитывает нелокальные эффекты, связанные с передачей инфекции между ближайшими индивидами, и случайное перемещение индивидов.

Исследована динамика изменения вероятности эпидемиологического состояния каждого индивида в популяции

И разработан численный алгоритм, основанный на методе дробных шагов и использующий технологию распараллеливания

**СЛАЙД 27**

По результатам моей работы у меня принято две статьи

**СЛАЙД 28**

1. Также я хочу выразить благодарность моему научному руководителю И.В. Деревичу за помощь в подготовке работы.